

### 10 класс

1. Дана окружность и различные точки  $B, C, D$  на ней. Касательная к окружности, проведенная через точку  $D$ , пересекает луч  $CB$  в точке  $A$ . На продолжении отрезка  $BD$  за точку  $D$  взята произвольная точка  $E$ . Окружность, описанная вокруг треугольника  $CDE$ , пересекает прямую  $AD$  в точке  $K$ , отличной от  $D$ , а прямую  $AC$  – в точке  $F$ , отличной от точки  $C$ . Докажите, что прямые  $KF$  и  $BD$  параллельны.

2. Доказать, что уравнение  $x^2 + \frac{y^2 + yz + z^2}{2} + xy + xz - y - z + 2 = 0$  имеет единственное решение на множестве действительных чисел и найти это решение.

3. Имеются 9 палочек, длины которых различны и принимают целые значения от 1 до 9 см. Квадраты с какими сторонами и сколькими способами можно составить из этих палочек? (Не обязательно использовать все палочки; способы составления одного квадрата считаются разными, если используются разные палочки).

4. В компьютер попал вирус. Действие вируса заключается в следующем. На жестком диске он создает  $m$  папок ( $m > 1$ ). Далее, случайным образом выбирает несколько из них (количество выбранных папок каждый раз может меняться) и создает в каждой из выбранных папок еще по  $m$  папок. Остальные папки остаются пустыми. С вновь созданными папками вирус поступает аналогично. Данная процедура повторилась несколько раз, пока вирус не был заблокирован антивирусом. В результате действия вируса на диске было создано 2010 пустых папок и  $n$  непустых папок. Найдите значения  $m$  и  $n$ , если известно, что  $n + 1$  является квадратом простого числа.

5. На кубе отметили красным цветом вершины и центры граней, а также провели диагонали граней (также красным цветом). Можно ли по отрезкам красного цвета обойти все отмеченные точки, побывав в каждой из них по одному разу?